

실험 8-1. 용수철 상수와 단순 조화 진동자

1. 목적

Hooke의 법칙을 이용해 용수철 상수를 구한다.

조화 진동자의 진동 주기를 측정하고, 이론값과 비교한다.

2. 이론

Hooke의 법칙에 의하면, 용수철이 물체에 작용하는 힘은 용수철이 압축되거나 늘어난 길이에 비례하는데 이를 식으로 표현하면 $F = -kx$ 가 된다. 여기서 k 는 용수철 상수로, 용수철에 가해지는 힘이 바뀔에 따라 늘어난 길이를 나타낸 그래프의 기울기로부터 구할 수 있다.

용수철에 매달린 질량 m 인 물체의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} = -kx \quad (1)$$

주어진 미분방정식을 풀면 물체의 왕복 운동 주기의 이론값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

3. 기구와 장치

기구와 장치	Equipment	수량	비고
스마트 카트	Smart Cart	1	
블루투스 dongle	Bluetooth Adapter	1	
알루미늄 트랙	Aluminum Track	1	
트랙 발	Track Foot	2	
멈춤 장치	End Stop	1	
용수철 세트	Spring Set	1 box	
추	Mass Set	several	
추걸이	Mass Hanger	1	
도르래	Pulley with Clamp	1	
실	String	1	공용
전자 저울	Balance	1	공용

4. 실험방법



[그림 1]

용수철 상수 측정

- (1) 저울을 사용하여 스마트 카트의 질량을 재고, 그 값을 기록한다.
- (2) 트랙에 트랙 발과 멈춤 장치를 결합한다. 이때 멈춤 장치 앞면의 자석 표시가 카트 쪽을 향하게 한다.
- (3) [그림1]과 같이 용수철 1의 양쪽 고리를 스마트 카트와 멈춤 장치에 각각 연결한다.
- (4) 트랙의 끝에 도르래를 고정하고 실을 이용해 카트와 추걸이를 연결한다. 이때 실이 트랙에 나란하도록 도르래의 위치를 조절한다.
- (5) 추걸이에 걸린 추의 질량을 늘려가며 [표1]에 평형 위치를 기록한다.
- (6) 용수철을 바꾸어 용수철 2에 대해서도 위의 과정을 반복한다.

주기 측정

- (1) 스마트 카트를 평형위치에서 일정한 거리만큼 잡아당긴 후, 카트를 놓아 진동하는 카트가 5번 왕복 운동하는 시간을 [표2]에 기록한다.
- (2) 잡아당기는 거리를 일정하게 하여 (1)의 과정을 5번 이상 반복한다.
- (3) 카트에 100g의 추 두 개를 싣고, 위의 실험을 반복하여 [표2]에 기록한다.
- (4) 이 과정을 용수철 1,2 모두에 대하여 수행한다.

주 의 사 항

- 추걸이가 바닥에 닿지 않도록 실의 길이를 조절한다.
- 카트에 결합된 자석 범퍼를 제거한 뒤 실험을 시작한다.
- 용수철이 과도하게 늘어나지 않도록 주의한다.
- 용수철이 완전히 압축되지 않도록 평형위치와 진폭을 적절히 조절한다.

5. 실험결과

<용수철 상수 측정>

용수철 1

스마트 카트의 질량 = _____

평형 위치 (x_0) = _____

가해진 추의 질량	위치 (x)	변형거리 ($x - x_0$)	힘 (mg)

[표 1-1]

용수철 상수 = _____

용수철 2

스마트 카트의 질량 = _____

평형 위치 (x_0) = _____

가해진 추의 질량	위치 (x)	변형거리 ($x - x_0$)	힘 (mg)

[표 1-2]

용수철 상수 = _____

<주기 측정>

용수철 1

	5회 왕복하는데 걸린 시간						진동주기 (T)
	1회	2회	3회	4회	5회	평균	
카트							
카트 + 200g							

[표 2-1]

용수철 2

	5회 왕복하는데 걸린 시간						진동주기 (T)
	1회	2회	3회	4회	5회	평균	
카트							
카트 + 200g							

[표 2-2]

이론적 주기계산

- (1) [표1]의 결과를 변형거리 대 힘의 좌표로 나타내고, 각 점을 잇는 추세선을 그어 그 직선의 기울기를 구한다. 그 기울기가 용수철 상수 k 가 된다.
- (2) 물체의 질량과 측정한 용수철 상수를 이용하여 식 (2)에 대입해 주기를 계산한다.

실험에 의한 측정값과 이론값의 차이를 백분율로 나타내어라

<질문>

- (1) 스마트 카트에 올리는 질량이 무거워짐에 따라 진동 주기가 길어지는가, 짧아지는가?
- (2) 평형 위치에서 잡아당기는 거리가 바뀌면 주기 또한 달라지는가?

실험 8-2. 비탈면 위에서의 진동

1. 목적

비탈면의 각도를 달리하며 추가 달린 용수철의 진동주기를 측정하여 이론값과 비교한다.

2. 이론

8-1 실험 참고

3. 기구와 장치

기구와 장치	Equipment	수량	비고
스마트 카트	Smart Cart	1	
블루투스 dongle	Bluetooth Adapter	1	
알루미늄 트랙	Aluminum Track	1	
트랙 발	Track Foot	2	
멈춤 장치	End Stop	1	
서포트 잭	Support Jack	1	
각도계	Angle Indicator	1	
용수철 세트	Spring Set	1 box	
추	Mass Set	several	

4. 실험방법



[그림 2]

이론적인 주기 측정

- (1) [그림2]와 같이 멈춤 장치를 자석 표시가 트랙 안쪽을 향하도록 결합한다.
- (2) 트랙 발에 서포트 잭을 받혀 경사를 주고 경사각을 기록한다.
- (3) 멈춤 장치에 용수철과 스마트 카트를 연결하고 [표3]에 평형위치를 기록한다.
- (4) 카트에 추를 더하여 새로운 평형 위치를 기록한다. 이러한 과정을 무게를 늘려가며 반복한다.

실험적인 주기 측정

- (1) 스마트 카트 위에 100 g 추를 올리고, 평형위치에서 일정한 거리만큼 잡아당긴 후, 카트를 놓아 진동하는 카트가 5번 왕복 운동하는 시간을 [표4]에 기록한다.
- (2) 잡아당기는 거리를 일정하게 하여 (1)의 과정을 5번 이상 반복한다.
- (3) 트랙의 경사를 달리하며 위의 실험을 반복하여 [표4]에 기록한다.

주 의 사 항

- 카트에 결합된 자석 범퍼를 제거한 뒤 실험을 시작한다.
- 용수철이 과도하게 늘어나지 않도록 주의한다.
- 용수철이 완전히 압축되지 않도록 평형위치와 진폭을 적절히 조절한다.

5. 실험결과

이론적인 주기 측정

카트의 질량 = _____ 평형 위치 (x_0) = _____ 경사각 = _____

가해진 추의 질량	위치 (x)	변형거리 ($x - x_0$)	힘($mg \sin \theta$)

[표 3]

실험적인 주기 측정

경사각 (θ)	5회 왕복하는데 걸린 시간						진동주기 (T)
	1회	2회	3회	4회	5회	평균	

[표 4]

- (1) [표3]의 결과를 이용하여 카트에 부가된 질량에 의한 힘 $F = mg \sin \theta$ 를 계산하라. 힘-변위 그래프를 그리고 그 기울기로부터 용수철의 유효 상수 k 를 구하여라.
- (2) 카트의 질량과 용수철 상수를 이론적인 식에 대입하여 주기를 계산하여라.
- (3) [표3]으로부터 구한 주기와 [표4]로부터 구한 주기를 비교해 보라.

<질문>

- (1) 경사각이 변함에 따라 주기가 달라 지는가?
- (2) 만약 경사각이 90도가 되면 주기는 어떻게 되겠는가?

실험 8-3. 용수철의 직렬 및 병렬연결

1. 목적

직렬 연결과 병렬 연결된 용수철의 진동 주기를 측정하여 용수철 한 개의 진동주기와 비교한다.

2. 이론

용수철에 달린 추의 이론적인 진동 주기 T 는

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

로 주어지며, 여기서 m 은 진동하는 용수철에 달린 질량, k 는 용수철 상수이다. 진동 주기가 측정되면 용수철 상수는 다음 식으로 결정된다.

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (3)$$

동일한 두 용수철이 직렬 연결 또는 병렬 연결됨에 따라 용수철 상수는 다른 방법으로 계산되어진다. 한 방법은

$$k_{\text{유효}} = k + k = 2k \quad (4)$$

이고, 다른 방법은

$$\frac{1}{k_{\text{유효}}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{k} \quad (5)$$

이 식을 다시 정리하면

$$k_{\text{유효}} = \frac{1}{2}k \quad (6)$$

이다. (직렬과 병렬에 대한 유효식을 일반물리 책을 참고하여 스스로 유도해 보라.)

3. 기구와 장치

기구와 장치	Equipment	수량	비고
스마트 카트	Smart Cart	1	
블루투스 dongle	Bluetooth Adapter	1	
알루미늄 트랙	Aluminum Track	1	
트랙 발	Track Foot	2	
멈춤 장치	End Stop	2	
서포트 잭	Support Jack	1	
용수철 세트	Spring Set	1 box	
추	Mass Set	several	

4. 실험방법

주 의 사 항

- 카트에 결합된 자석 범퍼를 제거한 뒤 실험을 시작한다.
- 용수철이 과도하게 늘어나지 않도록 주의한다.
- 용수철이 완전히 압축되지 않도록 평형위치와 진폭을 적절히 조절한다.



[그림 3]



[그림 4]



[그림 5]

여러가지 연결에서의 용수철 상수 측정

- (1) 실험 8-2에서의 장비 세팅을 그대로 사용한다. 용수철이 하나만 연결되었을 때의 k 값은 실험 8-2의 것을 이용하라.
- (2) [그림3]과 같이 동일한 용수철을 직렬로 연결하고 카트를 평형위치에서 일정한 길이만큼 움직여 진동하도록 한다. 5번의 진동 시간을 [표5]에 기록한다. 같은 진폭으로 5회 이상 반복한다.
- (3) [그림4]와 같이 카트를 사이에 두고 양쪽에 멈춤 장치와 두 번째 용수철을 연결하여 (2)의 절차를 반복한다. 용수철이 완전히 압축되지 않도록 멈춤 장치의 간격과 진폭을 조절한다.
- (4) [그림5]처럼 두 번째 용수철을 카트의 아래쪽 고리에 연결하고 멈춤 장치에 차례로 걸어 (2)의 절차를 반복한다. 용수철이 충분히 늘어나지 않는다면 카트에 추를 얹어 평형위치를 조절한다.

5. 실험결과

글라이더의 무게 = _____

용수철	5회 왕복하는데 걸린 시간						주기	k
	1회	2회	3회	4회	5회	평균		
직 렬								
양 쪽								
병 렬								

[표 5]

<질문>

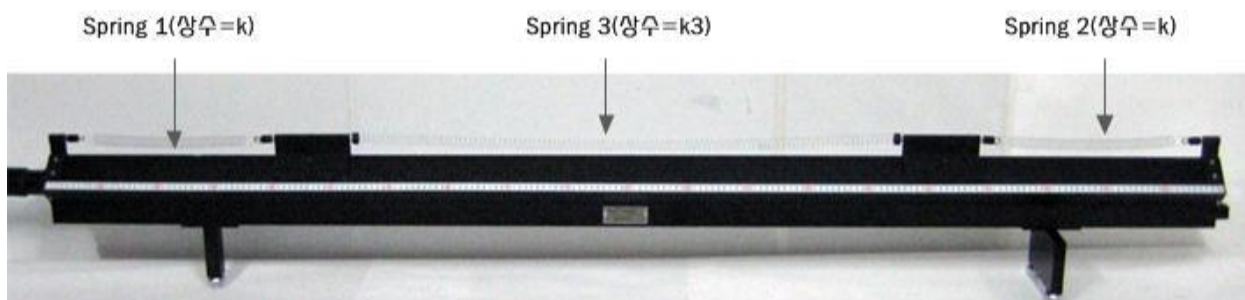
- (1) 직렬연결과 병렬연결 중 어떤 때 $k_{\text{유효}} = 2k$ 인가?
- (2) 직렬연결과 병렬연결 중 어떤 때 $k_{\text{유효}} = \frac{1}{2}k$ 인가?
- (3) 양쪽 연결은 직렬연결인가? 병렬연결인가?

실험 8-4. 결합 진동

1. 목적

용수철 3개에 의해 연결된 자유도 2인 진동자의 진동주기를 측정하여 이론값과 비교한다.

2. 이론



[그림 6]

그림과 같이 두 카트가 3개의 용수철에 연결되어 있는 경우를 생각하면, 운동방정식은

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -(k + k_3)x_1 + k_3 x_2$$

$$m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = k_3 x_1 - (k + k_3)x_2$$

이 되며, 두 개의 기준진동수 $\omega_1 = \sqrt{\frac{k+2k_3}{m}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 를 가지게 된다.

일반적으로 두 질점의 운동은 이 두 진동수로 표현되는데, 특별한 경우 두 질점이 같은 진동수로 진동하는 경우를 생각해 볼 수 있다. $x_1 = -x_2$ 의 모양과, $x_1 = x_2$ 의 모양으로 진동하는 두 가지가 있는데 각각 반대칭 진동, 대칭 진동으로 불리며 각 경우 ω_1 , ω_2 의 진동수를 가지게 된다.

일반적인 결합된 진동의 경우 ω_1 의 진동수를 갖는 진동과 ω_2 의 진동수를 갖는 진동의 선형 결합으로 나타내어진다. 특히 두 질점이 $\pi/2$ 만큼의 위상차를 갖는다면 다음 해와 같이 맥놀이 및 에너지 전달 현상을 확인할 수 있다.

$$x_1(t) = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$$

$$x_2(t) = 2 \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$$

3. 기구와 장치

기구와 장치	Equipment	수량	비고
스마트 카트	Smart Cart	2	
블루투스 dongle	Bluetooth Adapter	1	
알루미늄 트랙	Aluminum Track	1	
트랙 발	Track Foot	2	
멈춤 장치	End Stop	2	
용수철 세트	Spring Set	1 box	

4. 실험방법

주 의 사 항

- 카트에 결합된 자석 범퍼를 제거한 뒤 실험을 시작한다.
- 용수철이 과도하게 늘어나지 않도록 주의한다.
- 용수철이 완전히 압축되지 않도록 평형위치와 진폭을 적절히 조절한다.

대칭 진동



[그림 7]

- (1) [그림 7]과 같이 두 카트 사이에는 약한 용수철을, 양쪽에는 강한 용수철을 연결한다.
- (2) 카트 1과 2를 같은 방향으로 동일 거리를 이동시킨 후 놓으면 카트의 진동은 대칭 진동이 된다.

반대칭 진동



[그림 8]

- (3) [그림 8]과 같이 카트 1과 2를 반대 방향으로 동일 거리를 이동시킨 후 놓으면 카트의 진동은 반대칭 진동이 된다.

결합 진동



[그림 9]

- (4) [그림 9]와 같이 카트 2는 고정하고, 카트 1만 일정 거리를 이동시킨 후 놓으면 카트의 진동은 결합 진동이 된다.

데이터 분석

- (5) PASCO Capstone Software를 사용하여 대칭 진동과 반대칭 진동에서의 카트의 운동을 시간에 대한 위치 그래프로 나타내고, curve fits 기능을 이용하여 ω 의 실험값을 기록하라.
- (6) 실험 8-1에서 구한 두 용수철 상수를 이용하여 대칭 진동과 반대칭 진동의 진동수의 이론값을 계산하고, 이를 실험값과 비교하라.
- (7) 결합 진동의 그래프를 나타내고 두 카트의 진동이 어떤 변화를 보이는지 정성적으로 분석하라.

<추가질문>

- (1) 결합된 진동에서 $k \gg k_3$ 이라면 방정식의 해는 어떻게 근사되겠는가? 그 때의 그래프를 이번 실험을 통해 얻은 그래프와 비교해보라. 어느 경우에 맥놀이 현상이 더욱 뚜렷하게 관찰되는가?